



MATA KULIAH MATEMATIKA SISTEM INFORMASI 2

[KODE/SKS : IT011215 / 2 SKS]

METODE BIG M & DUAL SIMPLEKS

METODE BIG M

- Fungsi kendala tidak hanya dibentuk oleh pertidaksamaan \leq tapi juga oleh pertidaksamaan \geq dan/atau persamaan (=).
 - Fungsi kendala dengan pertidaksamaan \geq mempunyai Variable surplus, tidak ada slack variables.
 - Karena variabel surplus tidak bisa menjadi variabel basis awal maka harus ditambahkan satu variabel baru yang dapat berfungsi sebagai variabel basis awal.
 - Variabel yang dapat berfungsi sebagai variabel basis awal hanya slack variables dan **artificial variables** (variabel buatan).
-

Big M vs Simpleks

- Perbedaan antara metode Big M dengan metode Simpleks terletak pada pembentukan tabel awal.
- Jika fungsi kendala menggunakan bentuk pertidaksamaan \geq , perubahan bentuk umum ke bentuk baku memerlukan satu variabel surplus.
- Variabel surplus tidak dapat berfungsi sebagai variabel basis awal, karena koefisiennya bertanda negatif.
- Sebagai variabel basis pada solusi awal harus ditambahkan satu variabel buatan.
- Variabel buatan pada solusi optimal harus bernilai 0, karena variabel ini memang tidak ada.

Kondisi-kondisi Kendala

- Jika semua fungsi kendala menggunakan pertidaksamaan \leq maka variabel basis awal semuanya adalah variabel Slack. Penyelesaian solusi optimal untuk kasus ini dilakukan dengan cara yang sudah diperkenalkan sebelumnya.
- Jika fungsi kendala menggunakan pertidaksamaan \geq dan/atau \leq , maka variabel basis awalnya adalah variabel slack dan/atau variabel buatan. Penyelesaian solusi optimalnya dengan metode Big M, Dua Fase atau Dual simpleks

Teknik yang digunakan untuk memaksa variabel buatan bernilai 0 adalah dengan cara sebagai berikut :

- ✓ Penambahan variabel buatan pada fungsi kendala yang tidak memiliki variabel slack, menuntut penambahan variabel buatan pada fungsi tujuan.
- ✓ Jika fungsi tujuan adalah maksimasi, maka variabel buatan pada fungsi tujuan mempunyai koefisien +M; jika fungsi tujuan adalah minimasi, maka variabel buatan pada fungsi tujuan mempunyai koefisien -M.
- ✓ Karena koefisien variabel basis pada tabel simpleks harus bernilai 0, maka variabel buatan pada fungsi tujuan harus digantikan nilai dari fungsi kendala yang memuat variabel buatan tersebut.

Perhatikan contoh berikut ini.

Bentuk Umum

$$\text{Min. } z = 4x_1 + x_2$$

$$\text{Terhadap: } 3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Bentuk Baku:

$$\text{Min. } z = 4x_1 + x_2$$

$$\text{Terhadap: } 3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 - s_1 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + s_2 = 4$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$$

- Kendala 1 dan 2 tidak mempunyai variabel slack, sehingga tidak ada variabel basis awal.
- Untuk berfungsi sebagai variabel basis awal, kendala 1 dan 2 ditambahkan masing-masing variabel buatan. Bentuk baku Big-M :

$$\text{Min. } z = 4x_1 + x_2 + MA_1 + MA_2$$

$$\text{Terhadap: } 3x_1 + x_2 + A_1 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 - s_1 + A_2 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + s_2 = 4$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$$

1. Nilai A_1 digantikan dari fungsi kendala pertama.

$$A_1 = 3 - 3x_1 - x_2$$

$$MA_1 \text{ berubah menjadi } M(3 - 3x_1 - x_2) \longrightarrow 3M - 3Mx_1 - Mx_2$$

2. Nilai A_2 digantikan dari fungsi kendala ketiga.

$$A_2 = 6 - 4x_1 - 3x_2 + s_1$$

$$MA_2 \text{ berubah menjadi } M(6 - 4x_1 - 3x_2 + s_1)$$

$$6M - 4Mx_1 - 3Mx_2 + Ms_1$$

3. Fungsi tujuan berubah menjadi

$$\text{Min } z = 4x_1 + x_2 + 3M - 3Mx_1 - Mx_2 + 6M - 4Mx_1 - 3Mx_2 + Ms_1$$

$$= (4 - 7M)x_1 + (1 - 4M)x_2 + Ms_1 + 9M$$

4. Tabel awal simpleks

VB	X_1	X_2	S_1	A_1	A_2	S_2	Solusi
z	$-4 + 7M$	$-1 + 4M$	$-M$	0	0	0	9M
A_1	3	1	0	1	0	0	3
A_2	4	3	-1	0	1	0	6
S_2	1	2	0	0	0	1	4

5. Perhitungan iterasinya sama dengan simpleks sebelumnya.

Iterasi-0

VB	X_1	X_2	S_1	A_1	A_2	S_2	Solusi	Rasio
z	$-4 + 7M$	$-1 + 4M$	$-M$	0	0	0	9M	-
A_1	3	1	0	1	0	0	3	1
A_2	4	3	-1	0	1	0	6	3/2
S_2	1	2	0	0	0	1	4	4

Iterasi-1

VB	X_1	X_2	S_1	A_1	A_2	S_2	Solusi	Rasio
z	0	$(1 + 5M)/3$	$-M$	$(4 - 7M)/3$	0	0	$4 + 2M$	-
X_1	1	1/3	0	1/3	0	0	1	3
A_2	0	5/3	-1	-4/3	1	0	2	6/5
S_2	0	5/3	0	-1/3	0	1	3	9/5

Iterasi-2

VB	X ₁	X ₂	S ₁	A ₁	A ₂	S ₂	Solusi	Rasio
z	0	0	1/5	8/5 - M	-1/5 - M	0	18/5	-
X ₁	1	0	1/5	3/5	-1/5	0	3/5	25/3
X ₂	0	1	-3/5	-4/5	3/5	0	6/5	-
S ₂	0	0	1	1	-1	1	1	1

Iterasi-3 → optimal

VB	X ₁	X ₂	S ₁	A ₁	A ₂	S ₂	Solusi
z	0	0	0	7/5-M	-M	-1/5	17/5
X ₁	1	0	0	2/5	0	-1/5	2/5
X ₂	0	1	0	-1/5	0	3/5	9/5
S ₁	0	0	1	1	-1	1	1

TUGAS

Fungsi tujuan:

$$Z_{\max} = 3X_1 + 5X_2$$

Fungsi kendala:

$$1) 2X_1 \leq 8$$

$$2) 3X_2 \leq 15$$

$$3) 6X_1 + 5X_2 = 30$$

Metode Dual Simpleks

- Metode dual simpleks digunakan jika tabel optimal tidak layak.
- Jika fungsi kendala ada yang menggunakan pertidaksamaan \geq dan tidak ada = dalam bentuk umum Persamaan Linear, maka metode dual simpleks dapat digunakan

Contoh

$$\text{Min } z = 21x_1 + 18x_2 + 15x_3$$

$$\text{Terhadap } 90x_1 + 20x_2 + 40x_3 \geq 200$$

$$30x_1 + 80x_2 + 60x_3 \geq 180$$

$$10x_1 + 20x_2 + 60x_3 \geq 150$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Bentuk umum PL berubah menjadi

$$\text{Min } z = 21x_1 + 18x_2 + 15x_3$$

$$\text{Terhadap } -90x_1 - 20x_2 - 40x_3 \leq -200$$

$$-30x_1 - 80x_2 - 60x_3 \leq -180$$

$$-10x_1 - 20x_2 - 60x_3 \leq -150$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Semua fungsi kendala sudah dalam bentuk pertidaksamaan \leq , maka kita hanya perlu menambahkan variabel slack untuk mengubah bentuk umum ke bentuk baku/standar. Variabel slack akan berfungsi sebagai variabel basis awal.

Bentuk Baku/standar:

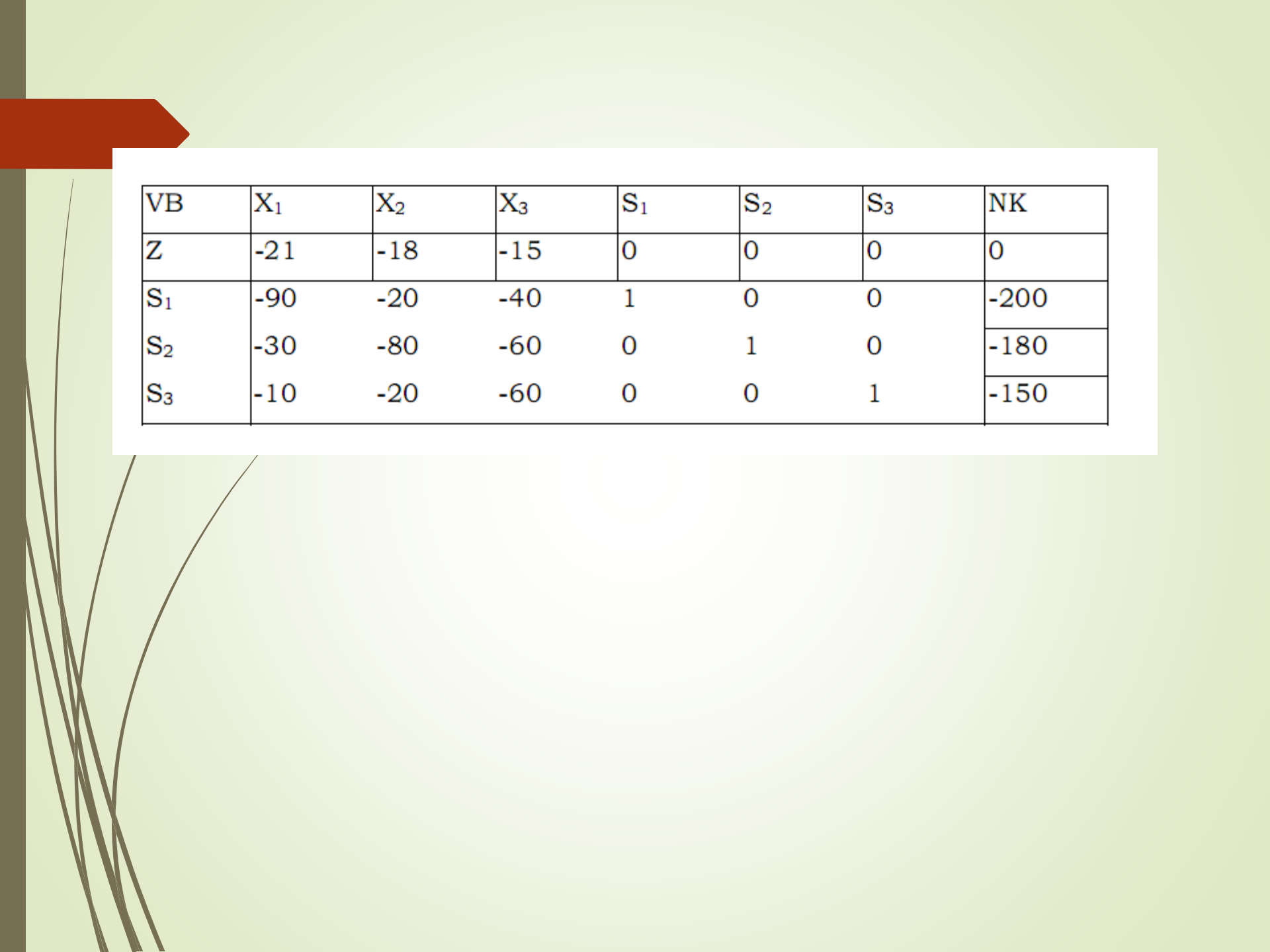

$$\text{Min } z = 21x_1 + 18x_2 + 15x_3 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$$

$$\text{Terhadap } -90x_1 - 20x_2 - 40x_3 + s_1 = -200$$

$$-30x_1 - 80x_2 - 60x_3 + s_2 = -180$$

$$-10x_1 - 20x_2 - 60x_3 + s_3 = -150$$

$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$



VB	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	NK
Z	-21	-18	-15	0	0	0	0
S ₁	-90	-20	-40	1	0	0	-200
S ₂	-30	-80	-60	0	1	0	-180
S ₃	-10	-20	-60	0	0	1	-150

Langkah-langkah penyelesaian dengan Dual Simpleks

- Tentukan baris pivot. Baris pivot adalah baris dengan nilai kanan negatif terbesar. Jika negatif terbesar lebih dari satu, pilih salah satu sembarang.
- Tentukan kolom pivot. Kolom pivot diperoleh dengan terlebih dahulu membagi nilai baris z dengan baris pivot. Dalam hal ini semua nilai baris pivot dapat menjadi pembagi kecuali nilai 0. Kolom pivot adalah kolom dengan rasio pembagian mutlak terkecil. Jika rasio pembagian mutlak terkecil lebih dari satu, pilih salah satu secara sembarang.



VB	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	NK
Z	-21	-18	-15	0	0	0	0
S ₁	-90	-20	-40	1	0	0	-200
S ₂	-30	-80	-60	0	1	0	-180
S ₃	-10	-20	-60	0	0	1	-150

- Baris pivot adalah baris S₁, baris dengan nilai kanan negatif terbesar.

VB	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	NK
Z	-21	-18	-15	0	0	0	0
S ₁	-90	-20	-40	1	0	0	-200
S ₂	-30	-80	-60	0	1	0	-180
S ₃	-10	-20	-60	0	0	1	-150

➤ Kolom pivot adalah kolom X_1

VB	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	NK
Z	-21	-18	-15	0	0	0	0
S_1	-90	-20	-40	1	0	0	-200
S_2	-30	-80	-60	0	1	0	-180
S_3	-10	-20	-60	0	0	1	-150
Rasio	21/90	18/20	15/40	0	0	0	-

➤ Iterasi-1:

VB	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	NK
Z	0	-40/9	-9	-7/30	0	0	140/3
X_1	1	2/9	4/9	-1/90	0	0	20/9
S_2	0	-220/3	-140/3	-1/3	1	0	-340/3
S_3	0	-160/9	-500/9	-1/9	0	1	-1150/9
Rasio	-	0.0485	0.19286	0.7	-	-	

➤ Iterasi-2

VB	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	NK
Z	0	0	-611/99	-0.213131	-2/33	0	53.535
X ₁	0	0	10/33	0.0303	1/330	0	1.8788
X ₂	0	1	7/11	1/220	-3/220	0	17/11
S ₃	0	0	-44.2424	-0.0303	-0.02424	1	-100.3030
Rasio	-	-	0.139498	7.0340	2.500	0	-

➤ Iterasi-3 → optimal

VB	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	NK
Z	0	0	0	-0.208934	-0.0572	-0.13948	67.52628
X ₁	1	0	0	0.00000014	0.00286	0.006848	1.19173
X ₂	0	1	0	0.0041127	-0.013986	0.01438	0.102818
X ₃	0	0	1	0.00068	0.00055	-0.0226	2.267