

METODE SIMPLEKS DALAM PROGRAM LINIER

Metode Simpleks merupakan salah satu teknik penyelesaian dalam program linier yang digunakan sebagai teknik pengambilan keputusan dalam permasalahan yang berhubungan dengan pengalokasian sumber daya yang optimal. Metode Simpleks digunakan untuk mencari nilai optimal dari program linier yang melibatkan banyak constraint (pembatas) dan banyak variable (lebih dari dua variable). Penemuan metode ini merupakan lompatan besar dalam riset operasi dan digunakan sebagai prosedur penyelesaian dari setiap program computer.

Metode penyelesaian program linier dengan metode simpleks pertama kali dikemukakan oleh George Dantzig pada tahun 1947. Metode ini menjadi terkenal ketika ditemukan alat hitung elektronik dan menjadi populer ketika munculnya computer. Proses perhitungan metode ini dengan melakukan iterasi berulang ulang sampai tercapai hasil optimal dan proses perhitungan ini menjadi mudah dengan computer. Selanjutnya berbagai alat dan metode dikembangkan untuk menyelesaikan masalah program linier bahkan sampai pada masalah riset operasi hingga tahun 1950 an seperti program dinamika, teori antrian dan persediaan

Istilah metode simpleks :

1. Iterasi : tahapan perhitungan dimana nilai dalam perhitungan itu tergantung dari nilai table sebelumnya.
2. Variabel non basis : variable yang nilainya diatur menjadi nol pada sembarang iterasi.
3. Variabel basis : variabel yang nilainya bukan nol pada sembarang iterasi.
4. Solusi atau Nilai Kanan (NK) : nilai sumber daya pembatas yang masih tersedia.

5. Variabel Slack : variabel yang ditambahkan ke model matematika kendala untuk mengkonversi pertidaksamaan \leq menjadi $=$
6. Variabel surplus : variabel yang dikurangkan dari model matematika untuk mengkonversikan pertidaksamaan \geq menjadi persamaan $=$
7. Variabel buatan : variabel yang ditambahkan ke dalam model matematika kendala dengan bentuk \geq atau $=$ untuk difungsikan sebagai variabel basis awal.
8. Kolom Pivot (Kolom Kerja) : kolom yang memuat variabel masuk.
9. Baris Pivot (Baris Kerja) : salah satu baris dari antara variabel baris yang memuat variabel keluar.
10. Elemen Pivot (Elemen Kerja) : elemen yang terletak pada perpotongan kolom dan baris pivot.
11. Variabel masuk : variabel yang terpilih untuk menjadi variabel basis pada iterasi berikutnya.
12. Variabel keluar : variabel yang keluar dari variabel basis pada iterasi berikutnya dan digantikan dengan variabel masuk.

Beberapa ketentuan yang perlu diperhatikan dalam penyelesaian metode simpleks :

1. Nilai kanan fungsi tujuan harus nol (0)
2. Nilai kanan fungsi kendala harus positif. Apabila negative, 1
3. Fungsi kendalan dengan tanda \leq harus diubah ke bentuk $=$ dengan menambahkan variabel slack/surplus. Variabel slack/surplus disebut juga variabel dasar. Penambahan slack variabel menyatakan kapasitas yang tidak digunakan atau tersisa pada sumber daya tersebut. Hal ini karena ada kemungkinan kapasitas yang tersedia tidak produksi
4. Fungsi kendala dengan tanda \geq diubah ke bentuk \leq dengan cara dikalikan dengan -1, lalu diubah ke bentuk persamaan $=$ dengan menambahkan variabel slack. Kemudian karena nilai kanan nya negative, dikalikan lagi dengan -1 dan ditambahkan artificial variabel (M). Artificial variabel ini secara fisik tidak mempunyai arti, dan hanya digunakan untuk kepentingan perhitungan saja.
5. Fungsi kendala dengan tanda $=$ harus ditambah artificial variable

(M)

Contoh soal :

Suatu perusahaan menghasilkan dua produk, meja dan kursi yang diproses melalui dua bagian fungsi : perakitan dan pemolesan. Pada bagian perakitan tersedia 60 jam kerja, sedangkan pada bagian pemolesannya hanya 48 jam

kerja. Untuk menghasilkan 1 meja diperlukan 4 jam kerja perakitan dan 2 jam kerja pemolesan, sedangkan untuk menghasilkan 1 kursi diperlukan 2 jam kerja perakitan dan 4 jam kerja pemolesan. Laba untuk setiap meja dan kursi yang dihasilkan masing-masing 80.000 dan 60.000 . berapa jumlah meja dan kursi yang optimal dihasilkan ?

Penyelesaian :

Definisi variabel keputusan :

Keputusan yang akan diambil adalah berapakan jumlah meja dan kursi yang dihasilkan.

X_1 = jumlah meja yang akan dihasilkan (dalam satuan unit)

X_2 = jumlah kursi yang akan dihasilkan (dalam satuan unit)

Perumusan persoalan dalam bentuk tabel :

Proses	Waktu yang dibutuhkan per unit		Total jam kerja yang tersedia
Perakitan	4	2	60
Pemolesan	2	4	48
Laba/Unit	80000	60000	

Perumusan fungsi tujuan :

Fungsi Maks :

Laba = $Z = 8X_1 + 6X_2$ (dalam satuan Rp 10.000)

Perumusan fungsi kendala :

Dengan kendala ;

1. $4X_1 + 2X_2 \leq 60$

2. $2X_1 + 4X_2 \leq 48$

Kendala non negatif

$X_1, X_2 \geq 0$

Metode Simpleks Maksimisasi

1. Menentukan fungsi tujuan dan fungsi-fungsi kendala Misalkan $X_1 = \text{Meja}$ dan $X_2 = \text{Kursi}$

Fungsi tujuan : $Z = 8X_1 + 6X_2$
Fungsi-fungsi kendala :

$$4X_1 + 2X_2 \leq 60$$

$$2X_1 + 4X_2 \leq 48$$

2. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi-fungsi kendala ke bentuk standar Bentuk standar simpleks :

$$Z - 8X_1 - 6X_2 = 0$$

$$4X_1 + 2X_2 + X_3 =$$

$$60$$

$$2X_1 + 4X_2 + X_4 = 48$$

Dengan X_3 dan X_4 adalah variabel slack.

3. Membuat tabel simpleks awal

- Menentukan kolom kunci dan baris kunci sebagai dasar iterasi.
- Kolom kunci ditentukan oleh nilai Z yang paling kecil (Negatif).
- Baris kunci ditentukan berdasarkan nilai indeks terkecil.

$$\text{Cara menentukan indeks} = \frac{\text{Nilai Kanan (NK)}}{\text{Kolom Kunci (KK)}}$$

- Menentukan nilai elemen cell yaitu nilai perpotongan antara kolom kunci dengan baris kunci

Variabel Dasar	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	NK	Indeks
Z	1	-8	-6	0	0	0	-
S ₁	0	4	2	1	0	60	15
S ₂	0	2	4	0	1	48	24



4. Melakukan iterasi

Dengan menentukan baris kunci baru dan baris baris lainnya termasuk Z.

- Membuat baris kunci baru

$$\text{Baris Kunci Baru} = \frac{\text{Baris Kunci Lama}}{\text{Elemen Cell}}$$

$$\text{Baris Kunci Baru (X1)} = \frac{4 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 60}{4}$$

$$X_1 = 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad 0 \quad 15$$

Variabel Dasar	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	NK
Z						
X ₁	0	1	1/2	1/4	0	15
S ₂						

- Nilai baris yang lain = Baris lama - (Nilai baris kunci baru) x angka kolom kunci baris ybs.

- Membuat baris variabel baru

Baris S2 Baru = Baris S2 Lama - (Nilai Kolom Kunci Baris yang sesuai * Baris Kunci Baru)

$$\begin{aligned} \text{Baris S2 Baru} &= (2 \ 4 \ 0 \ 1 \ 48) - (2) * (1 \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{4} \ 0 \ 15) \\ &= 0 \ 3 \ -\frac{1}{2} \ 1 \ 18 \end{aligned}$$

Variabel Dasar	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	NK
Z						
X ₁	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	15
S ₂	0	0	3	$-\frac{1}{2}$	1	18

- Membuat baris Z baru

Baris Z Baru = Baris Z Lama - (Nilai Kolom Kunci Baris yang sesuai * Baris Kunci Baru)

$$\begin{aligned} \text{Baris Z Baru} &= (-8 \ -6 \ 0 \ 0 \ 0) - (-8) * (1 \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{4} \ 0 \ 15) \\ &= 0 \ -2 \ 2 \ 0 \ 120 \end{aligned}$$

Variabel Dasar	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	NK
Z	1	0	-2	2	0	120
X ₁	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	15
S ₂	0	0	3	$-\frac{1}{2}$	1	18

Variabel Dasar	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	NK	Indeks
Z	1	0	-2	2	0	120	-
X ₁	0	1	½	¼	0	15	30
S ₂	0	0	3	-½	1	18	6

Lakukan iterasi kembali sampai tidak ada nilai baris Z yang negative

Tabel Simpleks Iterasi-1

Variabel Dasar (VD)	Z	X ₁	X ₂	Slack Variabel		Nilai Kanan (NK)	Indeks
				S ₁	S ₂		
Z	1	0	-2	2	0	120	-60
X ₁	0	1	1/2	1/4	0	15	30
S ₂	0	0	3	-1/2	1	18	6

- Membuat baris kunci baru

$$\text{Baris Kunci Baru (X}_2\text{)} = \frac{0 \quad 3 \quad -1/2 \quad 1 \quad 18}{3}$$

$$X_2 = 0 \quad 1 \quad -1/6 \quad 1/3 \quad 6$$

Variabel Dasar (VD)	Z	X ₁	X ₂	Slack Variabel		Nilai Kanan (NK)
				S ₁	S ₂	
Z						
X ₁						
X ₂	0	0	1	-1/6	1/3	6

- Membuat Baris Z baru

$$\begin{aligned} \text{Baris Z Baru} &= (0 \quad -2 \quad 2 \quad 0 \quad 120) - (-2) \cdot (0 \quad 1 \quad -1/6 \quad 1/3 \quad 6) \\ &= 0 \quad 0 \quad 5/3 \quad 2/3 \quad 132 \end{aligned}$$

Variabel Dasar (VD)	Z	X1	X2	Slack Variabel		Nilai Kanan (NK)
				S1	S2	
Z						
X1	0	1	0	1/3	-1/6	12
X2	0	0	1	-1/6	1/3	6

- Membuat baris variabel baru

$$\begin{aligned} \text{Baris X1 Baru} &= (1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad 0 \quad 15) - (1/2) * (0 \quad 1 \quad -1/6 \quad 1/3 \quad 6) \\ &= 1 \quad 0 \quad 1/3 \quad -1/6 \quad 12 \end{aligned}$$

Tabel Simpleks Iterasi-1

Variabel Dasar (VD)	Z	X1	X2	Slack Variabel		Nilai Kanan (NK)
				S1	S2	
Z	1	0	0	5/3	2/3	132
X1	0	1	0	1/3	-1/6	12
X2	0	0	1	-1/6	1/3	6

Hasil

Karena nilai-nilai pada baris Z sudah tidak ada yang negatif, berarti iterasi selesai, dan solusi yang diperoleh adalah : $X_1 = \text{Meja} = 12$, $X_2 = \text{Kursi} = 6$ dan Nilai fungsi tujuan Z (laba) = 132 (dalam puluhan ribu rupiah). Artinya, untuk memperoleh keuntungan yang maksimal sebesar Rp 1.320.000, maka perusahaan sebaiknya memproduksi meja sebanyak 12 unit dan kursi sebanyak 6 unit. Dari tabel tersebut juga diketahui nilai X_3 dan X_4 tidak ada (X_3 dan $X_4 = 0$), artinya seluruh waktu kerja (Perakitan dan Pemolesan) sudah habis digunakan, tidak ada waktu yang tersisa.