



FUNGSI NUMERIK



MATEMATIKA INFORMASI 1

PTA 2016-2017



METODE ANALITIK dan METODE NUMERIK

METODE ANALITIK adalah metode penyelesaian model matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku(lazim).

METODE NUMERIK adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan/aritmetika biasa (+,-,x,dan:)

METODE ANALITIK dan METODE NUMERIK

Solusi dengan **metode numerik** selalu berbentuk angka, sedangkan **metode analitik** biasanya masih dalam bentuk fungsi yang harus dianalisis baru menghasilkan angka.

Solusi pada **metode analitik** adalah *exact solution* ($\text{error}=0$), sedangkan pada **metode numerik** solusinya berupa hampiran/pendekatan sehingga ada selisih yang disebut galat(*error*).



METODE ANALITIK dan METODE NUMERIK

Langkah-langkah metode numerik diformulasikan menjadi program komputer yang ditulis dalam bahasa pemrograman, seperti PASCAL, FORTRAN, C, C++, BASIC, dan sebagainya.

Terdapat banyak program aplikasi komersil yang langsung dapat digunakan, seperti MathLab, MathCad, Maple, Mathematica, Eureka, dan sebagainya.



TAHAPAN PEMECAHAN MASALAH dengan NUMERIK

1. Pemodelan
2. Penyederhanaan model
3. Formulasi numerik
4. Pemrograman
5. Operasional
6. evaluasi

FUNGSI NUMERIK

Relasi biner yang secara unik menugaskan kepada setiap anggota domain, satu dan hanya satu elemen kodomain

Definisi → Fungsi yang domainnya bilangan cacah.

Contoh: $M_n = M_0 (1 + B)^n$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Kodomain dari fungsi boleh bukan bilangan cacah.

Contoh: pada fungsi di atas, kodomainnya bisa berupa bilangan real

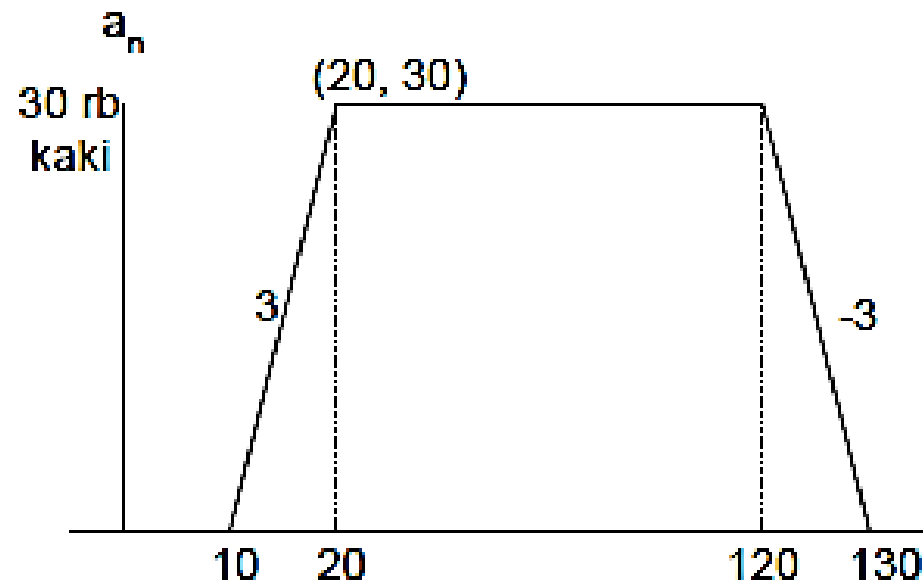


Contoh dlm permasalahan penerbangan:

Misalkan a_n menyatakan ketinggian terbang sebuah pesawat, dalam ribuan kaki pada menit ke- n .

Misalkan pesawat itu mengudara setelah 10 menit diam di landasan, naik terus sampai ketinggian 30.000 kaki dalam waktu 10 menit, mulai turun setelah 110 menit terbang, dan lalu mendarat 10 menit kemudian.

Masalah tersebut dpt digambarkan dan dirumuskan sebagai berikut:



$$f(x) = a_n = \begin{cases} 0, & 0 \leq n \leq 10 \\ 3(n-10), & 11 \leq n \leq 20 \\ 30, & 21 \leq n \leq 120 \\ 3(130-n), & 121 \leq n \leq 130 \\ 0, & n \geq 121 \end{cases}$$

$$m = 30/10 = 3$$

Melewati (10, 0)

$$y = 3(x-10)$$

$$y = -3(x-130) = 3(130-x)$$



Beberapa Operasi pada Fungsi Numeris

1. Jumlahan Fungsi Numeris

Misalkan diberikan 2 fungsi numeris a dan b
 $c = a + b$ adalah fungsi di mana $c_n = a_n + b_n$

2. Hasil Kali Fungsi Numeris $d = a * b$; $d_n = a_n * b_n$

Contoh :

Misalkan

$$a_n = \begin{cases} 0, & 0 \leq n \leq 5 \\ 3^{-n} + 10, & n \geq 6 \end{cases} \quad b_n = \begin{cases} 5 - 3^n, & 0 \leq n \leq 1 \\ n + 9, & n \geq 2 \end{cases}$$

Penyelesaian :

$$c_n = a_n + b_n$$

$$d_n = a_n * b_n$$

$$C_n = \begin{cases} 5 - 3^n, & 0 \leq n \leq 1 \\ n + 9, & 2 \leq n \leq 5 \\ 3^{-n} + n + 19, & n \geq 6 \end{cases}$$

$$d_n = \begin{cases} 0, & 0 \leq n \leq 5 \\ n \cdot 3^{-n} + 10n + 3^{-n+2} + 90, & n \geq 6 \end{cases}$$

Manipulasi pada Fungsi Numeris

$S^p a$ = Fungsi a yang ditunda selama p satuan

$S^{-p} a$ = Fungsi a yang dimajukan atau dipercepat p satuan

Contoh :

Masih menggunakan contoh pesawat terbang yang sudah dijelaskan di atas.

a_n = ketinggian pesawat

Tentukan : a). $S^5 a$ (waktu ditunda 5 satuan)

b). $S^{-7} a$ (waktu dimajukan 7 satuan)

$$f(x) = a_n = \begin{cases} 0, & 0 \leq n \leq 10 \\ 3(n-10), & 11 \leq n \leq 20 \\ 30, & 21 \leq n \leq 120 \\ 3(130-n), & 121 \leq n \leq 130 \\ 0, & n \geq 121 \end{cases}$$

$$S^5 a = \begin{cases} 0, & 0 \leq n \leq 15 \\ 3(n-15), & 16 \leq n \leq 25 \\ 30, & 26 \leq n \leq 125 \\ 3(135-n), & 126 \leq n \leq 135 \\ 0, & n \geq 136 \end{cases}$$

$$S^{-7} a = \begin{cases} 0, & 0 \leq n \leq 3 \\ 3(n-3), & 4 \leq n \leq 3 \\ 30, & 14 \leq n \leq 113 \\ 3(123-n), & 114 \leq n \leq 123 \\ 0, & n \geq 124 \end{cases}$$

Diferensi

Diferensi ke Muka (Δa)

$$B = \Delta a \text{ dirumuskan } \rightarrow b_n = a_{n+1} - a_n$$

Diferensi ke Belakang (∇a)

$$c = a \text{ dirumuskan } \rightarrow c_n = a_n - a_{n-1}, n \geq 1$$

$$c_0 = a_0$$



Contoh :

Diketahui

$$a_n = \begin{cases} 0, & 0 \leq n \leq 4 \\ 3^{-3} + 7, & n \geq 5 \end{cases}$$

Tentukan Δa dan ∇a

Penyelesaian :

$$\Delta a_0 \rightarrow a_1 - a_0 = 0$$

$$\Delta a_1 \rightarrow a_2 - a_1 = 0$$

$$\Delta a_2 \rightarrow a_3 - a_2 = 0$$

$$\Delta a_3 \rightarrow a_4 - a_3 = 0$$

$$\Delta a_4 \rightarrow a_5 - a_4 = (3^{-5} + 7) - 0$$

$$(3^{-(n+1)} + 7) - (3^{-n} + 7)$$

$$3^{-(n+1)} - 3^{-n} = \frac{1}{3^{(n+1)}} - \frac{1}{3^n}$$

$$= \frac{1-3}{3^{n-1}} = -\frac{2}{3^{(n+1)}} = -2(3^{-(n+1)})$$

$$\Delta a = \begin{cases} 0, & 0 \leq n \leq 3 \\ 7\frac{1}{243}, & n = 4 \\ -\frac{2}{3^{n+1}}, & n \geq 5 \end{cases}$$

$$a_0 \rightarrow 0$$

$$1 = a_1 - a_0 \rightarrow 0$$

$$2 = a_2 - a_1 \rightarrow 0$$

$$3 = a_3 - a_2 \rightarrow 0$$

$$4 = a_4 - a_3 \rightarrow 0$$

$$5 = a_5 - a_4 \rightarrow (3^5 + 7) - 0$$

$$6 = a_6 - a_5 \rightarrow \dots$$

$$7 = a_7 - a_6 \rightarrow \dots$$

$$\nabla ab = a_n - a_{n-1}$$

$$= (3^n + 7) - (3^{-(n-1)} + 7)$$

$$= 3^n - 3^{-(n-1)} = \frac{1}{3^n} - \frac{1}{3^{n-1}}$$

$$= \frac{1-3}{3^n} = -\frac{2}{3^n}$$

Maka:

$$\nabla a = \begin{cases} 0, & 0 \leq n \leq 4 \\ 7\frac{1}{243}, & n = 5 \\ -\frac{2}{3^n}, & n \geq 6 \end{cases}$$