

RELASI

MATEMATIKA SISTEM INFORMASI 1

Relasi Ekuivalen & Relasi *n*-ary

Relasi Ekuivalen

Relasi ekuivalen digunakan untuk merelasikan obyek-obyek yang memiliki kemiripan dalam suatu hal tertentu.

Definisi.

Suatu relasi pada himpunan A dikatakan sebagai **relasi ekuivalen** jika relasi tersebut bersifat **refleksif**, **simetris**, dan **transitif**.

Dua anggota A yang berelasi oleh suatu relasi ekuivalen dikatakan **ekuivalen**.

Sifat Relasi Ekuivalen

Karena R **refleksif**,

setiap elemen ekuivalen terhadap dirinya sendiri.

Karena R **simetris**,

a ekuivalen dengan b setiap kali b ekuivalen dengan a.

Karena R **transitif**,

jika a dan b ekuivalen serta b dan c ekuivalen,
maka a dan c juga ekuivalen.

Contoh

Diketahui $A = \{ 1, 2, 3 \}$.

Pada A didefinisikan relasi $R1 = \{ (1,1) , (1,2) , (2,2) , (2,1) , (3,3) \}$

JAWAB:

- ✓ Relasi $R1$ bersifat refleksif = $(1,1), (2,2), \& (3,3)$
- ✓ Relasi $R1$ bersifat simetris = $(1,2) \& (2,1)$
- ✓ Relasi $R1$ bersifat transitif. = $(1,2) (2,1) \gg (1,1)$

❖ Maka A adalah **relasi ekuivalen**

Contoh

Diketahui $B = \{ 2, 4, 5 \}$.

Pada B didefinisikan relasi $R_2 = \{ (x,y) \mid x \text{ kelipatan } y, x, y \in B \}$

JAWAB:

maka $R_2 = \{ (2,2) , (4,4) , (5,5) , (4,2) \}$.

- ✓ Bersifat Refleksi = $(2,2), (4,4), (4,2)$
- ✗ Tdk Bersifat Simetris = $(4,2)$ tidak ada $(2,4)$
- ✗ Tdk Bersifat transitif

❖ Relasi R_2 tersebut **tidak bersifat simetris**, oleh karena itu relasi tersebut bukan relasi ekuivalen.



RELASI PENGURUTAN SEBAGIAN

Relasi R disebut sebagai sebuah relasi pengurutan sebagian (*partial ordering*), jika relasi tersebut bersifat ***refleksif, transitif dan antisimetris***.

Contoh

Diketahui $B = \{ 2, 4, 5 \}$. Pada B didefinisikan relasi $R_4 = \{ (x,y) \mid x \text{ kelipatan } y, x,y \in B \}$

JAWAB:

$R_4 = \{ (2,2), (4,4), (5,5), (4,2) \}$.

Relasi R_4 tersebut bersifat refleksif, antisimetris dan transitif.

- ✓ Relasi R_1 bersifat refleksif = $(2,2), (4,4), \& (5,5)$
- ✓ Relasi R_1 bersifat **Antisimetris** = $(4,2)$ **tidak ada** $(2,4)$
- ✓ Relasi R_1 bersifat transitif. = $(4,2) (2,2) \gg (4,2)$

❖ Oleh karena itu relasi tersebut merupakan **relasi pengurutan sebagian**.

Contoh

Diketahui $A = \{ 1, 2, 3 \}$.

Pada A didefinisikan relasi $R3 = \{ (1,1) , (1,2) , (2,2) , (2,1) , (3,3) \}$.

JAWAB

- ✓ Relasi R1 bersifat refleksif = $(1,1), (2,2), \& (3,3)$
- ✓ Relasi R1 bersifat simetris = $(1,2) \& (2,1)$
- ✓ Relasi R1 bersifat transitif. = $(1,2) (2,1) \gg (1,1)$

❖ Oleh karena itu relasi **tersebut bukan merupakan relasi pengurutan sebagian.**

Relasi *n*-ary

(baca: Relasi ener)

- ❑ Relasi biner ($n=2$) hanya menghubungkan antara dua buah himpunan
- ❑ **Relasi *n*-ary adalah** Relasi yang menghubungkan lebih dari dua buah himpunan
- ❑ Misalkan A_1, A_2, \dots, A_n adalah himpunan. Relasi *n*-ary R pada himpunan-himpunan tersebut adalah himpunan bagian dari $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$, atau dengan **notasi** $R \subseteq A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$. Himpunan $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ disebut daerah asal relasi dan n disebut **derajat**.

Contoh Relasi *n*-ary

- Misalkan

NIM = {13598011, 13598014, 13598015, 13598019, 13598021, 13598025}

Nama = {Amir, Santi, Irwan, Ahmad, Cecep, Hamdan}

Matkul = {Matematika Diskrit, Algoritma, Struktur Data, Arsitektur Komputer}

Nilai = {A, B, C, D, E}

- ❖ Relasi MHS terdiri dari 5-tupel (NIM, Nama, MatKul, Nilai):
 $MHS \subseteq NIM \times Nama \times MatKul \times Nilai$

Contoh

Satu contoh relasi yang bernama MHS adalah
 $MHS \subseteq NIM \times Nama \times MatKul \times Nilai$

$MHS = \{(13598011, Amir, Matematika Diskrit, A),$
 $(13598011, Amir, Arsitektur Komputer, B),$
 $(13598014, Santi, Arsitektur Komputer, D),$
 $(13598015, Irwan, Algoritma, C),$
 $(13598015, Irwan, Struktur Data C),$
 $(13598015, Irwan, Arsitektur Komputer, B),$
 $(13598019, Ahmad, Algoritma, E),$
 $(13598021, Cecep, Algoritma, A),$
 $(13598021, Cecep, Arsitektur Komputer, B),$
 $(13598025, Hamdan, Matematika Diskrit, B),$
 $(13598025, Hamdan, Algoritma, A, B),$
 $(13598025, Hamdan, Struktur Data, C),$
 $(13598025, Hamdan, Ars. Komputer, B)\}$

Contoh

Relasi *MHS* di atas juga dapat ditulis dalam bentuk Tabel:

NIM	Nama	MatKul	Nilai
13598011	Amir	Matematika Diskrit	A
13598011	Amir	Arsitektur Komputer	B
13598014	Santi	Algoritma	D
13598015	Irwan	Algoritma	C
13598015	Irwan	Struktur Data	C
13598015	Irwan	Arsitektur Komputer	B
13598019	Ahmad	Algoritma	E
13598021	Cecep	Algoritma	B
13598021	Cecep	Arsitektur Komputer	B
13598025	Hamdan	Matematika Diskrit	B
13598025	Hamdan	Algoritma	A
13598025	Hamdan	Struktur Data	C
13598025	Hamdan	Arsitektur Komputer	B

TUGAS 2

1. Misalkan $A = \{a, b, c, d, e\}$. Tentukan $A \times A$ dan $n(A \times A)$!
2. Misalkan $D = \{2, 4, 6, 8\}$. Pada himpunan tersebut didefinisikan relasi
 - a. $R_1 = \{(x,y) \mid x \geq y\}$
 - b. $R_2 = \{(x,y) \mid x + 1 \leq y\}$
 - c. $R_3 = \{(x,y) \mid x \cdot y \geq 20\}$

Sajikan relasi-relasi tersebut dalam bentuk himpunan pasangan terurut, diagram panah, diagram koordinat, matriks relasi, dan digraf! Tentukan pula invers dari tiap relasi tersebut.

TUGAS 2

3. Misalkan $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{a, b, c\}$, $R = \{1, 4, 9, 16\}$. R relasi dari P ke Q dan S relasi dari Q ke R . Misalkan $R = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,c), (3, b), (3,c)\}$ dan $S = \{(a,1), (a,4), (b,9), (c,9), (c,16)\}$.
- Tentukan $R \circ S$ dan $S \circ R$!
 - Sajikan komposisi-komposisi relasi tersebut dalam bentuk diagram panah dan matriks relasi!
4. Relasi-relasi berikut didefinisikan pada himpunan $B = \{2, 4, 5\}$.
- $R_1 = \{(2,2), (4,4), (5,5)\}$
 - $R_2 = \{(2,4), (4,5), (2,5), (5,2), (2,2)\}$
 - $R_3 = \{(5,4)\}$
 - $R_4 = \{(x,y) \mid x \text{ habis membagi } y, x, y \in B\}$.
- Tentukan sifat yang dimiliki oleh masing-masing relasi tersebut.

TUGAS 2

5 Jika $A = \{1, 2, 3, 4\}$, berikut diberikan relasi atas A :

$$R1 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 4)\}$$

$$R2 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$$

$$R3 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 4)\}$$

$$R4 = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$$

$$R5 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 4)\}$$

$$R6 = \{(3, 4)\}$$

$$R7 = \{(1, 1)\}$$

$$R8 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 4), (4, 3)\}$$

Manakah dari kedelapan relasi di atas yang masing-masing bersifat:

refleksif, simetri, anti simetri, transitif, dan yang bukan simetri sekaligus bukan antisimetri.