HIMPUNAN

MATEMATIKA SISTEM INFORMASI 1

Pengertian Himpunan

Himpunan : Suatu kumpulan atau gugusan dari sejumlah obyek.

- Secara umum himpunan dilambangkan → *A, B, C, ... Z*
- Obyek dilambangkan → *a, b, c, ... z*
- **Notasi :**
  - $p \in A$ → p anggota A
  - $A \subset B$ → A himpunan bagian dari B
  - $A = B$ → himpunan A sama dengan B
  - $\notin$ $\not\subset$ $\neq$ → ingkaran

Penyajian Himpunan

- Penyajian Himpunan

  cara daftar → *A* = {1,2,3,4,5}

  berarti: himpunan A beranggotakan bilangan-bilangan bulat positif 1,2,3,4, dan 5.

  cara kaidah → *A* = $\{x;\ 0 < x < 6\}$

  berarti: himpunan A beranggotakan obyek x, dimana x adalah bilangan-bilangan bulat positif yang lebih besar dari nol tetapi lebih kecil dari enam.

Himpunan semesta (*universal set*)

- Notasi: ***U*** *atau* ***S***
- Untuk membatasi himpunan yang dibicarakan
- Setiap himpunan yang dibicarakan selalu ada dalam himpunan semesta

Contoh:

Misalkan U = {1, 2, 3, 4, 5}

A dan *B* adalah himpunan bagian dari U, dengan
A = {1, 3, 5} dan *B* = {2, 3, 4}

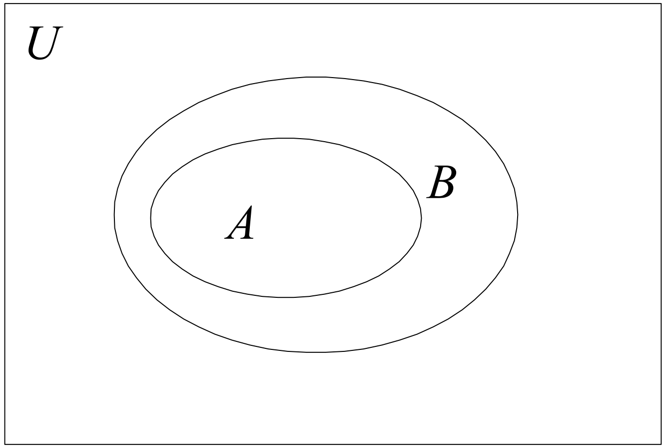
Himpunan Bagian (*Subset*)

- Himpunan A dikatakan himpunan bagian dari himpunan B jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen dari B.

- Dalam hal ini, B dikatakan *superset* dari A.

- Notasi: $A \subseteq B$

- Diagram Venn:



Contoh

(i) $\{ 1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(ii) $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

(iii) $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{R} \subseteq \mathbf{C}$

(iv) Jika $A = \{ (x, y) \mid x + y < 4, x \geq, y \geq 0 \}$ dan

$B = \{ (x, y) \mid 2x + y < 4,\ x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0 \}$, maka $B \subseteq A$.

TEOREMA 1. Untuk sembarang himpunan A berlaku hal-hal sebagai berikut:

(a) A adalah himpunan bagian dari A itu sendiri (yaitu, $A \subseteq A$).

(b) Himpunan kosong merupakan himpunan bagian dari setiap himpunan ($\varnothing \subseteq A$).

(c) Jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \subseteq C$

Himpunan kosong (*null set*)

Himpunan dengan kardinal = 0 disebut himpunan kosong (*null set*).

Notasi : ∅ atau {{ }}

Contoh

(i) Himpunan bilangan genap yang ganjil

(ii) $E = \{ x \mid x < x \}$, maka $n(E) = 0$

(iii) P = { orang Indonesia yang pernah ke bulan }, maka $n(P) = 0$

(iv) A = {x | x adalah akar persamaan kuadrat $x^2 + 1 = 0$ }, $n(A) = 0$

Himpunan {{ }} dapat juga ditulis sebagai {∅}

Himpunan {{ }, {{ }}} dapat juga ditulis sebagai {∅, {∅}}

{∅} bukan himpunan kosong karena ia memuat satu elemen yaitu himpunan kosong.

Operasi Himpunan

- **Irisan (Intersection)**

  A ∩ B = {*x; x Є A dan x Є B*}

- **Gabungan (Union)**

  A U B = {*x; x Є A atau x Є B*}

- **Selisih**

  A **-** B = A|B {*x; x Є A tetapi x Є B*}

- **Pelengkap (Complement)**

  Ā = {*x; x Є U tetapi x Є A*} = U – A

Diagram Venn

Contoh

Misalkan $U = \{1, 2, \ldots, 7, 8\}$,

$A = \{1, 2, 3, 5\}$ dan $B = \{2, 5, 6, 8\}$.

Diagram Venn:

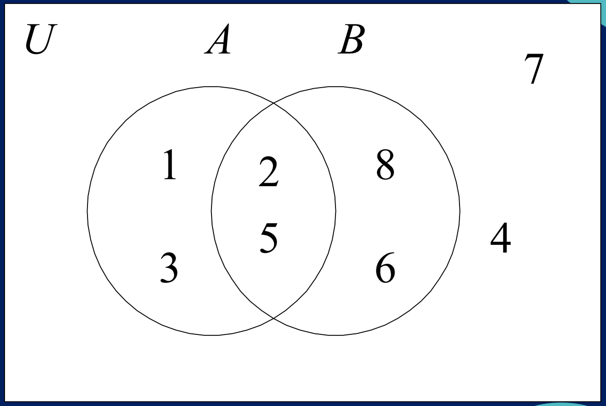
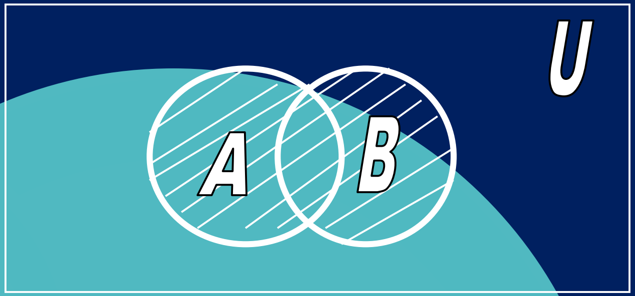
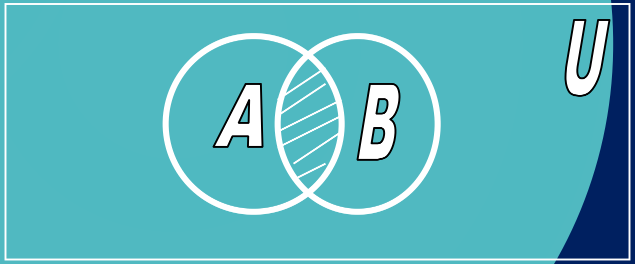


Diagram Venn

Gabungan (*A* U *B*)

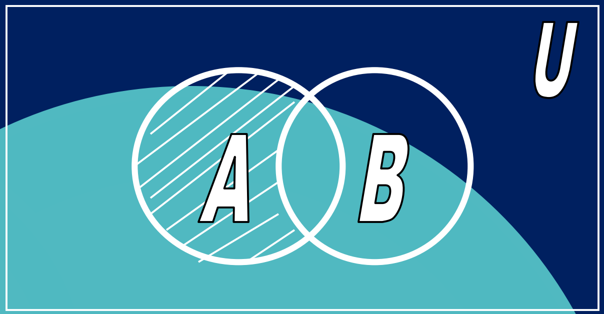


Irisan



Lanjutan ....

- Selisih ($A - B = A|B$)



- Pelengkap / *complement* ($\bar{A}$)

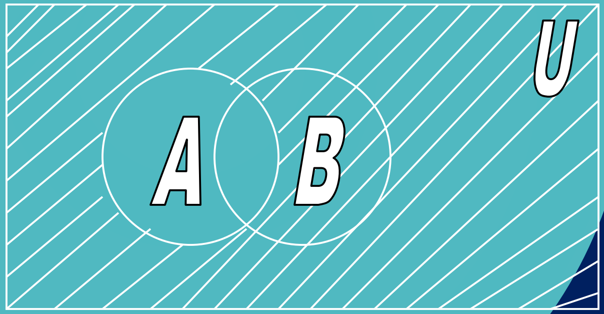
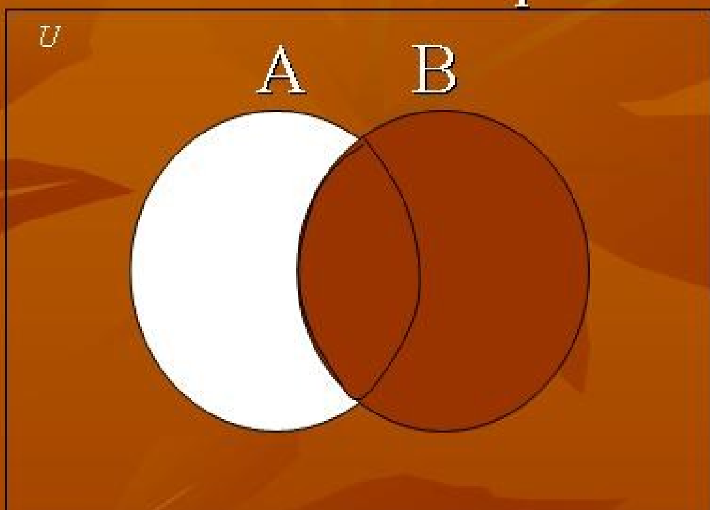


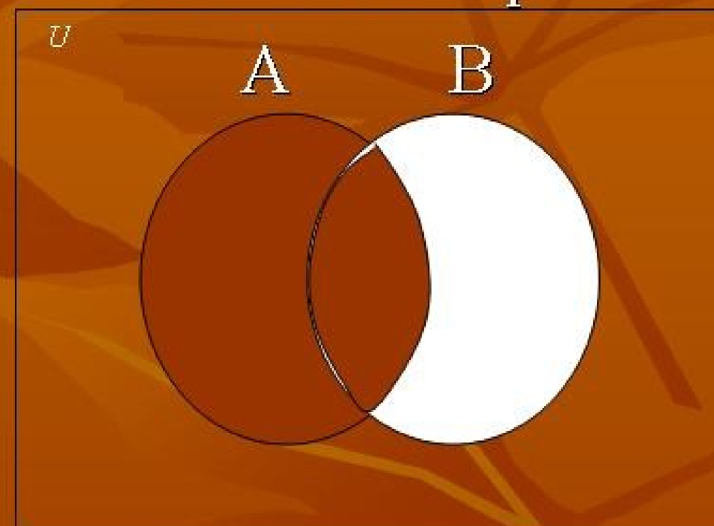
DIAGRAM VENN SELISIH SUATU HIMPUNAN

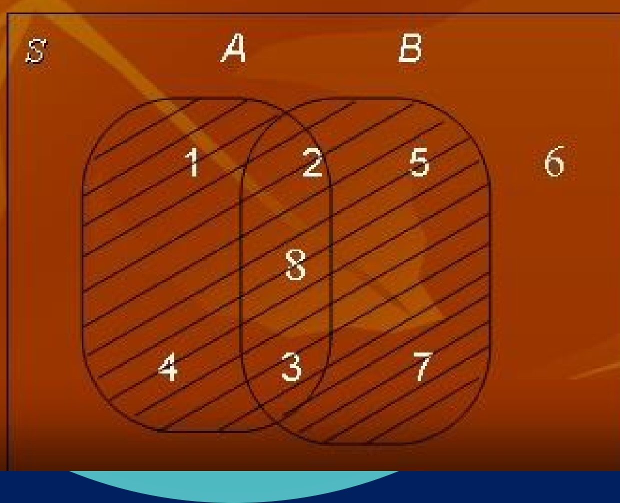
Diagram venn selisih suatu himpunan

A – B = arsiran putih



B – A = arsiran putih





Contoh : Pada diagram venn di samping tentukan

a. A – B b. B – A

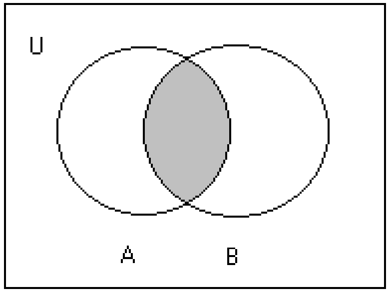
Jawab : a. A – B = { 1, 4 }

b. B – A = { 5, 7 }

Operasi Terhadap Himpunan

1. Irisan (*intersection*)

- Notasi : $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$

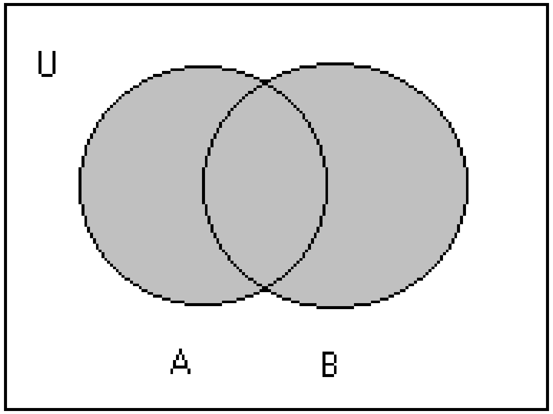


Contoh

(i) Jika $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{4, 10, 14, 18\}$, maka $A \cap B = \{4, 10\}$
(ii) Jika $A = \{ 3, 5, 9 \}$ dan $B = \{ -2, 6 \}$, maka $A \cap B = \varnothing$. Artinya: $A \,//\, B$

2. Gabungan (*union*)

- Notasi : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$



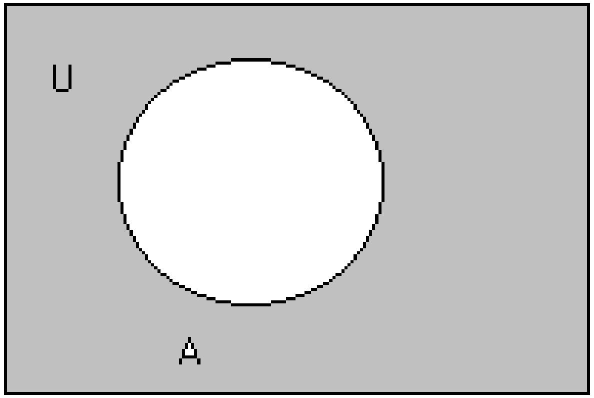
Contoh

(i) Jika $A = \{ 2, 5, 8 \}$ dan $B = \{ 7, 5, 22 \}$, maka $A \cup B = \{ 2, 5, 7, 8, 22 \}$

(ii) $A \cup \varnothing = A$

3. Komplemen (*complement*)

- Notasi : $\overline{A} = \{ x \mid x \in U, x \notin A \}$



Contoh

Misalkan U = { 1, 2, 3, ..., 9 },

(i) jika $A = \{1, 3, 7, 9\}$, maka $\overline{A} = \{2, 4, 6, 8\}$

(ii) jika $A = \{ x \mid x/2 \in P, x < 9 \}$, maka $\overline{A} = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$

Hukum Aljabar Himpunan

Kaidah Idempoten a. $A \cup A = A$ b. $A \cap A = A$
Kaidah Asosiatif a. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ b. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Kaidah Komutatif a. $A \cup B = B \cup A$ b. $A \cap B = B \cap A$
Kaidah Distributif a. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ b. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Lanjutan …………

Kaidah Identitas

a. $A \cup \emptyset = A$ b. $A \cap \emptyset = \emptyset$

c. $A \cup U = U$ d. $A \cap U = A$

Kaidah Kelengkapan

a. $A \cup \bar{A} = U$ b. $A \cap \bar{A} = \emptyset$

c. $(\bar{A}) = A$ d. $U = \emptyset$ $\emptyset = U$

Kaidah De Morgan

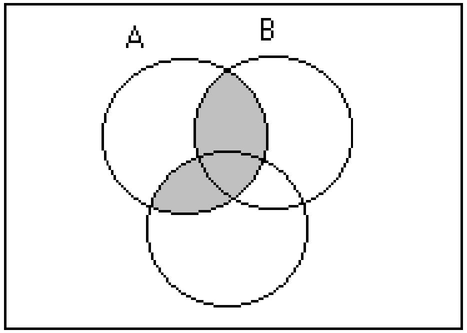
a. $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$ b. $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

PEMBUKTIAN KESAMAAN 2 HIMPUNAN

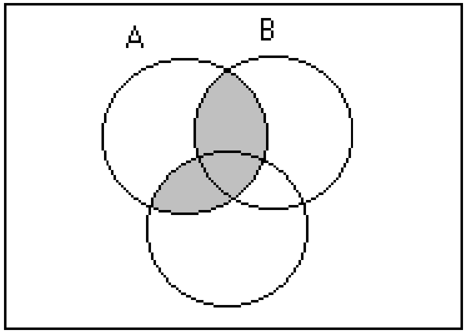
1. Pembuktian dengan menggunakan diagram Venn

Contoh 22. Misalkan A, B, dan C adalah himpunan. Buktikan bahwa $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ dengan diagram Venn.

Bukti:



$A \cap (B \cup C)$



$(A \cap B) \cup (A \cap C)$

Kedua digaram Venn memberikan area arsiran yang sama.
Terbukti bahwa $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

LANJUTAN...

2. Pembuktian dengan menggunakan aljabar himpunan.

Contoh

Misalkan A dan B himpunan. Buktikan bahwa

$$(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$$

Bukti:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) &= A \cap (B \cup \overline{B}) && \text{(Hukum distributif)}\\ &= A \cap \mathrm{U} && \text{(Hukum komplemen)}\\ &= A && \text{(Hukum identitas)}\end{aligned}$$

LANJUTAN...

Contoh

Misalkan A dan B himpunan. Buktikan bahwa $A \cup (B - A) = A \cup B$

Bukti:

$A \cup (B - A)$	$= A \cup (B \cap \overline{A})$	(Definisi operasi selisih)
	$= (A \cup B) \cap (A \cup \overline{A})$	(Hukum distributif)
	$= (A \cup B) \cap U$	(Hukum komplemen)
	$= A \cup B$	(Hukum identitas)

Latihan

1) Gambarkan sebuah diagram venn untuk menunjukkan himpunan universal U dan himpunan-himpunan bagian A serta B jika :

U = {1,2,3,4,5,6,7,8 }

A = {2,3,5,7}

B = {1,3,4,7,8 }

Kemudian selesaikan :

(a) A – B
(b) B – A
(c) A ∩ B
(d) A U B
(e) $\bar{A}$ ∩ B
(f) $\bar{A}$ U B

Latihan

2. Buktikan bahwa untuk sembarang himpunan A dan B, bahwa

(i) $A \cup (\overline{A} \cap B) = A \cup B$ dan

(ii) $A \cap (\overline{A} \cup B) = A \cap B$

FINISH